

שם התלמיד: _____

עבודת קיץ במתמטיקה למסיימי כיתה ח הקבצת מצוינות

תשפ"ג

הבהרות:

1. בתחילת השנה יתקיים בוחן על המשימות בעבודה.
2. הגשת העבודה הינה חובה לכלל התלמידים.
3. אי הגשת העבודה תגרור הורדה של 10 נקודות מציון הבוחן הראשון.

בהצלחה!

ישאי לימוד:

ולגברה

פתרון משוואות , אי שוויונות ומערכת משוואות ממעלה ראשונה }
שאלות מילוליות }

פונקציות

➤ פונקציה קווית

➤ קריאת גרפים

גיאומטריה

➤ ישרים מקבילים

➤ חפיפת משולשים

➤ משולש שווה-שוקיים

➤ משולש ישר זווית

➤ משפט פתגורס

➤ דמיון

➤ שטחים והיקפים של צורות המורכבות ממצולעים ומעגלים

תרגילים

אלגברה

➤ פתרון משוואות, אי שוויונות ומערכת משוואות ממעלה ראשונה

1. נא לפתור את המערכות הבאות:

$$\begin{cases} 3x - 4y = -5 \\ \frac{x+y}{2} = \frac{2y+6x-1}{6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3x+4}{10} - \frac{3(y-2)}{15} = \frac{6}{10} + \frac{x+y}{25} \\ x - \frac{3}{4} \cdot (5y+1) = \frac{2y+3x}{12} - 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{4x+6}{2} - \frac{1}{3} \cdot (2y-5) = \frac{4+7y}{4} \\ 5y-4(3x-y) = 10y-13x-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3(x+y)}{6} - \frac{2x+1}{4} = \frac{x+2y-5}{4} \\ \frac{x+y-1}{2} - 2 \cdot (2y-0.5) = \frac{2y+5}{3} - 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3x+3y}{3} - \frac{4x-8}{2} = 0 \\ \frac{x+y}{2} + (2y-1) \cdot (-2) = \frac{-12 \cdot y + 3x}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0.3x - 2.5y = 2 \cdot (0.65x + 1.25y) + 10 \\ 0.7y - (3x-y) \cdot (-2) - 10 = 5x - 6.3y \end{cases}$$

תשובות: (1,2), (2,3), (3,4), (4,5) אינסוף פתרונות, אף פתרון

2. רוכב אופניים עובר כרגיל את המרחק בין הערים A ו-B במשך 10 שעות, כשהוא רוכב במהירות קבועה ובמסלול קבוע. יום אחד, לאחר 3 שעות של רכיבה במהירות הקבועה, התעכב למשך שעתיים, והמשיך את דרכו במהירות הגדולה ב-6 קמ"ש מהמהירות הקודמת. הודות לכך הגיע ליעדו בזמן הרגיל. למצוא את המרחק בין הערים A ו-B.
תשובה: 150 ק"מ

2. מספר האורחים ב-3 אולמות היה שונה מאולם לאולם: באולם א' היה מספרם $\frac{2}{3}$ ממספר האורחים באולם ב', ומספרם באולם ג' כפול ממספרם באולם ב'.
60 אורחים עברו מאולם ב' לאולם ג'. לאחר מכן עברו $\frac{3}{8}$ מהאנשים שהיו באולם ג' (לאחר התוספת) לאולם א'.
כך שלבסוף היה מספר האנשים באולם א' פי 5 ממספר האנשים באולם ב'.
כמה אנשים היו בכל אולם בתחילה.
תשובה: 60, 90, 180

3. שתי משאיות, גדולה וקטנה, יצאו לטיול בן יומיים, כאשר במיכלי שתי המשאיות גם יחד היו 320 ליטר דלק. המשאית הגדולה צרכה ביום הראשון לנסיעה 30% מכמות הדלק שבמיכלה, וביום השני – 40% מהכמות שנותרה במיכל. המשאית הקטנה צרכה ביום הראשון 35% מהכמות שבמיכלה, וביום השני – עוד 36 ליטרים. בסוף היום השני נשארה במיכל המשאית הגדולה כמות כפולה של דלק מזו שנשארה במיכלה של המשאית הקטנה.
מהי כמות הדלק שהייתה בכל מיכל בתחילת הטיול?
תשובה: 200 ליטרים, 120 ליטרים

4. דן מקבל בכל חודש דמי כיס קבועים בסך 50 ₪. הוא חוסך בכל חודש 20% מסכום זה.
א. כמה כסף חוסך דן בחודש?
ב. ביום הולדתו קבל דן את דמי הכיס הקבועים וכן סכום כסף נוסף.
בחודש הזה חסך דן את סכום הכסף שהוא חוסך תמיד, אבל סכום זה היה רק 8% מסכום הכסף הכולל שהוא קיבל בחודש זה.
מהו סכום הכסף הנוסף שדן קיבל ליום הולדתו?
תשובה: 75 ש"ח

5. רוכב אופניים עובר כרגיל את המרחק מ-א' ל-ב' במהירות של 14 קמ"ש.
יום אחד, אחרי שעבר $\frac{3}{10}$ מהדרך במהירות הנ"ל, התעכב למשך שעה ועשרים דקות. בשארית הדרך הגביר את מהירותו ל-21 קמ"ש והגיע ליעדו שעה מוקדם מהרגיל.
מצא את המרחק מ-א' ל-ב'.
תשובה: 140 ק"מ

6. סוחר קנה אריג ב-1200 שקלים. 60 מטר מכר ברווח של 20% ואת השאר – ברווח של 60%.
בכל העסקה הרוויח 528 שקלים. כמה מטרים אריג קנה?
תשובה: 150 מ'

7. בהגרלת הלוטו קנו דוד וליאור כרטיס משותף. דוד השקיע 200 ₪ וליאור השקיע 300 ₪.
הם זכו בסכום של 9000 ₪, אותו חלקו לפי יחס ההשקעה.
כמה כסף קיבל כל אחד?
תשובה: דוד קבל 3600 ₪ וליאור קבל 5400 ₪.

8. נתון ריבוע. הגדלתי צלע אחת של הריבוע ב- 2.5 ס"מ ואת הצלע הסמוכה ב- 5 ס"מ. התקבל מלבן ששטחו גדול ב- 50 סמ"ר משטח הריבוע.
- א. למצוא את היקף הריבוע. ד. למצוא את שטח המלבן.
- ב. למצוא את היקף המלבן. ה. איזה חלק מהווה שטח הריבוע משטח המלבן?
- ג. למצוא את שטח הריבוע. ו. איזה אחוז מהווה שטח הריבוע משטח המלבן?
- תשובה:** א. 20 ס"מ ב. 35 ס"מ ג. 25 סמ"ר ד. 75 סמ"ר ה. $\frac{1}{3}$ ו. $33\frac{1}{3}\%$

9. 3 ק"ג תפוחים ו- 4 ק"ג אגסים עולים יחד 53 שקלים.
- אם מחיר האגסים יוזל ב- 25%, אז 3 ק"ג תפוחים ו- 4 ק"ג אגסים יעלו יחד 45 שקלים.
- מה מחיר 1 ק"ג תפוחים?
- מה מחיר 1 ק"ג אגסים?
- תשובה:** אגסים 8 שקלים, תפוחים 7 שקלים

10. בערב פסח שילמו עבור 7 ק"ג עגבניות ו- 5 ק"ג מלפפונים 32.5 ש"ח.
- לאחר החג ירד מחיר ק"ג אחד של עגבניות ב- 20% ומחיר ק"ג אחד של מלפפונים ירד ב- 30%, ואז עבור אותה כמות שילמו רק 24.5 ש"ח.
- מה היה המחיר של ק"ג אחד של עגבניות ומה היה המחיר של ק"ג אחד של מלפפונים בערב פסח?
- תשובה:** 2.5 ו- 3 ש"ח

11. במשולש ישר זווית הזווית α מהווה 80% מהזווית β (α ו- β הן זוויות חדות). נא למצוא את מידת הזוויות.
- תשובה:** $50^\circ, 40^\circ$

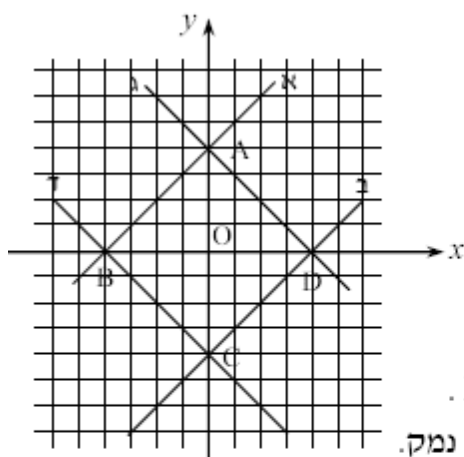
12. הצלע הארוכה במלבן גדולה ב- 8 ס"מ מהצלע הסמוכה לה.
- אם נקצר את הצלע הארוכה ב- 6 ס"מ ואת הצלע הקצרה נאריך ב- 20% יתקבל ריבוע.
- (א) מה אורכי צלעות המלבן?
- (ב) מה שטח הריבוע שהתקבל?

תשובה: 10, 18, 144

פונקציה קווית ➤

13. נתונה הפונקציה הקווית: $f(x) = \frac{1}{2} \cdot (2x - 4) - \frac{1}{4}(2x - 16)$

- א. נא למצוא את השיפוע של הישר המתאים לגרף הפונקציה פונקציה .
- ב. נא לסמן ב- A את נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה- y , ולמצוא את שיעוריה.
- ג. נא לסמן ב- B את נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה- x , ולמצוא את שיעוריה.
- ד. נא סרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. ידוע כי גרף הפונקציה $g(x)$ מקביל לגרף הפונקציה $f(x)$ וחותך את ציר ה- y בנקודה C הנמצאת 6 יחידות מעל לנקודה A . נא למצוא את משוואת הישר המתאים לגרף של $g(x)$ ולסרטט את הגרף שלה באותה מערכת צירים.
- ו. ידוע כי גרף הפונקציה $h(x)$ מקביל לגרף הפונקציה $f(x)$ וחותך את ציר ה- x בנקודה E הנמצאת 4 יחידות שמאלה מהנקודה B . נא למצוא את משוואת הישר $h(x)$ ולסרטט את הגרף שלה באותה מערכת צירים.
- ז. K היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x . M היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $h(x)$ עם ציר ה- y . הנקודה O הינה ראשית הצירים. נא להסביר מדוע המשולשים COK ו- MOE דומים זה לזה. נא למצוא את יחס הדמיון, יחס ההיקפים של המשולשים ויחס השטחים של המשולשים.



נתונות הפונקציות הבאות:

(i) $y = x + 2$

(ii) $y = -x + 2$

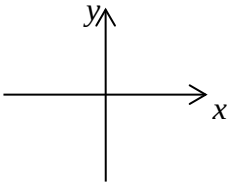
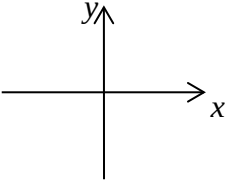
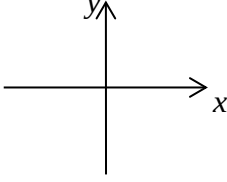
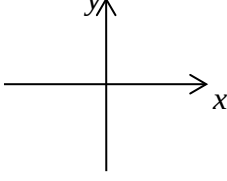
(iii) $y = x - 2$

(iv) $y = -x - 2$

- (א) התאם לכל פונקציה את הגרף שלה.
- (ב) חשב את שיעוריהן של הנקודות A, B, C, D .
- (ג) מצא את אורכי הקטעים: DO, CO, BO, AO .
- (ד) איזה משולשים בשרטוט הן משולשים חופפים? נמק.
- (ה) חשב שטח מרובע $ABCD$.
- (ו) חשב שטח מרובע $ABCD$ בדרך נוספת. הסבר חישוביך.
- (ז) האם ניתן למצוא את היקף המרובע $ABCD$? אם לא, נמק מדוע. אם כן, הראה דרך חישוב.

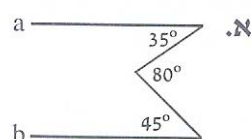
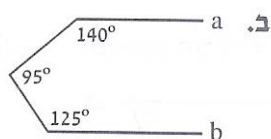
15. נתונה משפחה של פונקציות: $f(x) = (t+2)x + (t-1)$.

לכל ערך מספרי מתאימה פונקציה אחת מהמשפחה. נא למלא את הטבלה.

מידע על הפונקציה $f(x)$	ערך אפשרי של הפרמטר t	ביטוי אלגברי של הפונקציה $y = f(x)$	סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה
א. גרף הפונקציה הוא ישר מקביל לציר ה- x .			
ב. גרף הפונקציה הוא ישר המקביל לישר $y = -2x + 8$			
ג. גרף הפונקציה הוא ישר העובר דרך ראשית הצירים.			
ד. גרף הפונקציה הוא ישר החותך את ציר ה- y במרחק 4 יחידות מראשית הצירים			

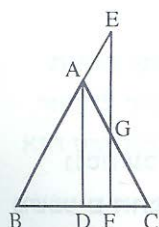
16.

הוכח, עפ"י הנתונים, שבכל אחד מהציורים הבאים: $a \parallel b$.



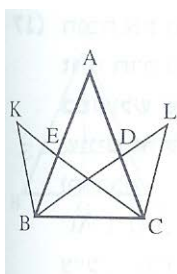
17.

AD הוא התיכון לבסיס BC במשולש שווה שוקיים ABC.
הנקודה F נמצאת על BC והנקודה E נמצאת על המשך AB.
הקטע EF חותך את AC בנקודה G.
נתון: $AE = AG$.
הוכח: א. $EF \parallel AD$.
ב. $EF \perp BC$.



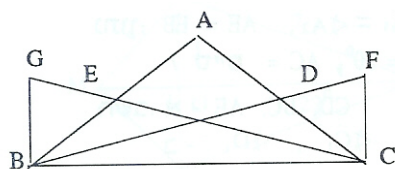
18.

המשולש ABC הוא שווה שוקיים ($AB = AC$).
BD ו-CE הם חוצי זווית הבסיס. האריכו את
חוצי הזווית בקטעים שווים: $KE = LD$.
א. הוכח: $\angle K = \angle L$.
ב. נתון: $\angle KBE = \frac{1}{2} \angle ABC$.
הוכח: $\angle K = \angle A = \angle L$.



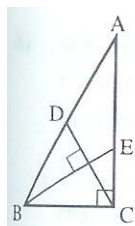
19.

את התיכונים BD ו-CE של
שוקי משולש שווה שוקיים ABC,
האריכו בקטעים שווים $EG = DF$.
הוכח: $BG = CF$.



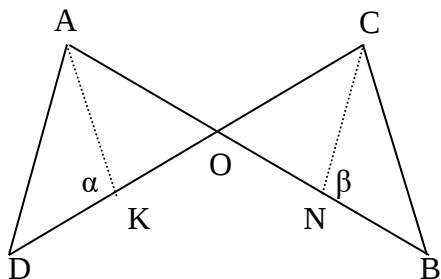
20.

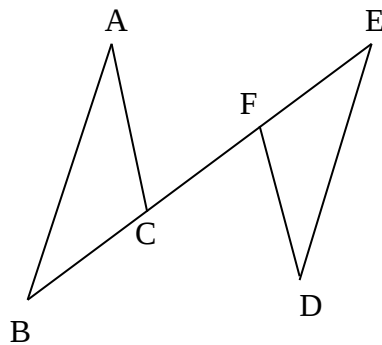
המשולש ABC הוא ישר זווית
($\angle ACB = 90^\circ$). CD הוא התיכון ליתר
AB. BE הוא חוצה הזווית ABC.
נתון: $\angle A = 30^\circ$. הוכח: $DC \perp BE$.



21.

הקטעים AB ו-CD נחתכים בנקודה O.
נתון: $DK = BN$, $KO = NO$, $\alpha = \beta$.
הוכח:
א. $AB = CD$, $AK = CN$.
ב. $AD = CB$.





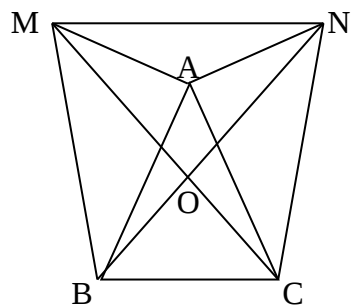
22. הנקודות E, F, C, B נמצאות על ישר אחד.

נתון: $BF = CE$, $DE \parallel AB$, $AB = DE$

הוכח:

א) $AC = DF$

ב) $DF \parallel AC$



23. משולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$),

הקטעים MA ו-NA השווים זה לזה

מאונכים לשוקי המשולש.

O היא נקודת המפגש של MC ו-NB.

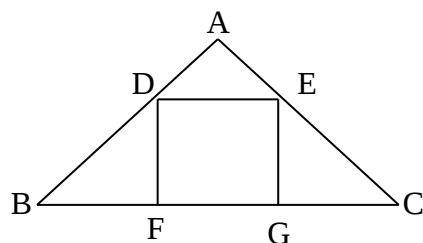
הוכח:

א. $NB = MC$

ב. $\angle NCM = \angle MBN$

ג. $MO = NO$

ד. $\angle MAO = \angle NAO$



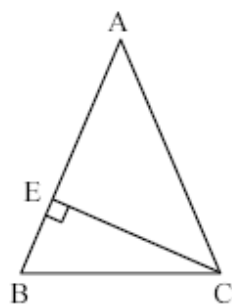
24. משולש ABC שווה-שוקיים ($AB = AC$)

נתון: $BC \perp FD$, $BC \perp GE$, $BF = FG = GC$

הוכח:

א. אלכסוני המרובע DEGF שווים ומקבילים לשוקי המשולש.

ב. המרובע DEGF הוא מלבן.



25. $\triangle ABC$ שווה שוקיים.

נתון: $AB = AC = 15$ ס"מ,

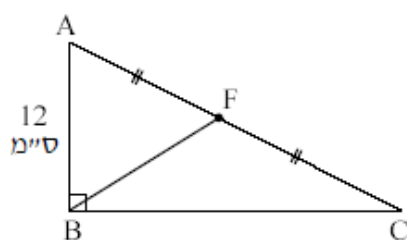
$AE = 9$ ס"מ.

א) חשב אורך קטע CE.

ב) חשב אורך קטע BC.

ג) חשב שטח $\triangle AEC$.

ד) חשב היקף $\triangle EBC$.



26. במשולש ישר-זווית ABC , BF הוא תיכון לצלע AC.

$AB = 12$ ס"מ, 15 סמ"ר $S_{\triangle ABF}$.

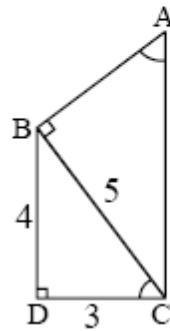
א) מה שטח משולש ABC ?

ב) חשב אורך הניצב BC.

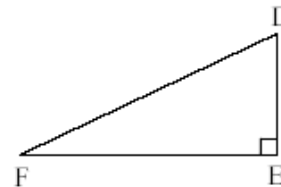
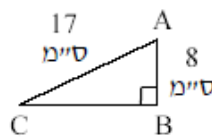
בשרטוט שלפניך 2 משולשים . המידות נתונות בס"מ.

(א) הסבר מדוע $\triangle ABC \sim \triangle CDB$.

(ב) חשב את יחס הדמיון, והסבר.



$\triangle ABC \sim \triangle DEF$. יחס הדמיון הוא 2 .



(א) חשב את CB .

(ב) חשב את אורכי צלעות $\triangle DEF$.

(ג) חשב שטח $\triangle ABC$.

(ד) את שטח $\triangle DEF$ ניתן למצוא בשתי דרכים.

מהן שתי הדרכים ?

$\triangle ABC$ שווה שוקיים.

נתון: $AB = AC = 15$ ס"מ ,

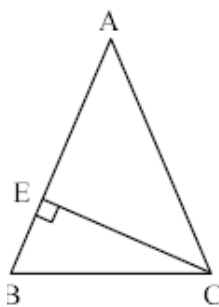
$AE = 9$ ס"מ .

(א) חשב אורך קטע CE .

(ב) חשב אורך קטע BC .

(ג) חשב שטח $\triangle AEC$.

(ד) חשב היקף $\triangle EBC$.



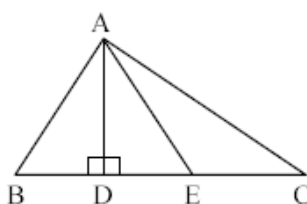
ב- $\triangle ABC$, AD הוא הגובה לצלע BC .

ו- AE תיכון לצלע BC .

נתון כי: $AB = 13$ ס"מ , $DE = 3$ ס"מ ,

$CE = 8$ ס"מ .

מצא את אורך הגובה AD .



31.

משולש אי דומה למשולש בי.

שטח משולש אי הוא 375 סמ"ר.

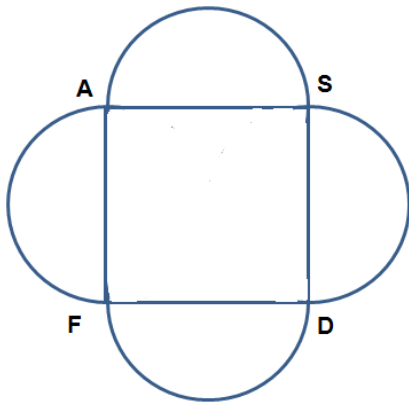
שטח משולש בי הוא 15 סמ"ר.

(א) מהו יחס הדמיון בין משולש אי למשולש בי ?

(ב) במשולש אי אורך אחת הצלעות 40 ס"מ.

מה אורך הצלע המתאימה לה במשולש בי ?

(ג) מה יהיה יחס ההיקפים בין שני המשולשים ?



32. ASDF ריבוע, חצאי עיגולים בנויים על כל צלע.

א. מה שטח הצורה אם צלע הריבוע 4 ס"מ?

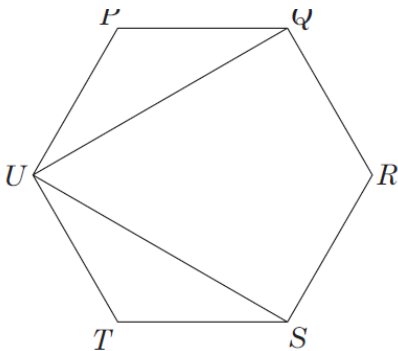
ב. מה היקף הצורה אם צלע הריבוע 5 ס"מ?

ג. מה שטח הצורה אם צלע הריבוע X ס"מ?

ד. מה היקף הצורה אם צלע הריבוע X ס"מ?

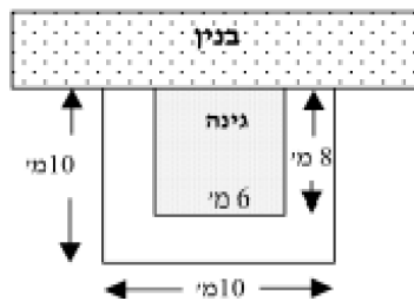
33.

$PQRSTU$ הוא משושה משוכלל. מה גודלה של הזווית QUS ?

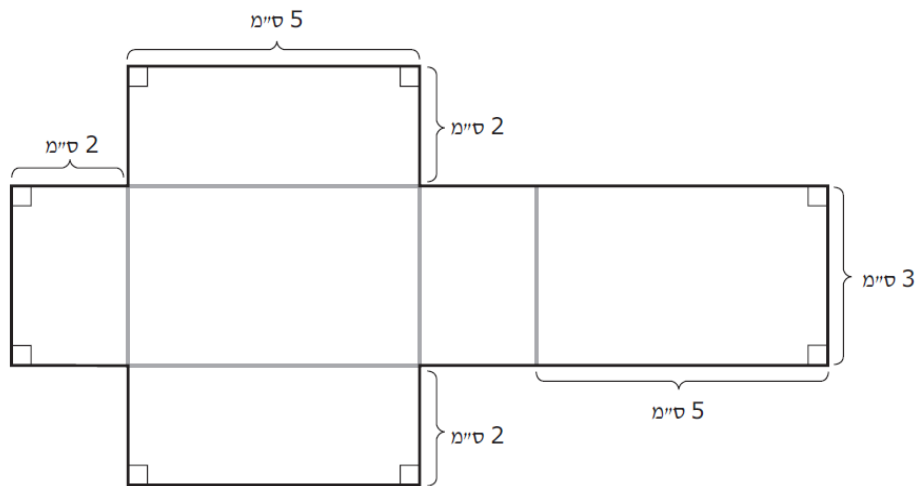


34.

בחזית בניין יש גינה הצמודה לקיר החזית. את הגינה מקיף שביל שמידותיו נתונות בציר.



מה שטח השביל?



אם נקפל את הצורה שלמעלה, נקבל תיבה.

מה נפחה של התיבה ?

תשובות לגיאומטריה:
שאלות 16-24 – הוכחות.

א. 30 ב. 5	26	א. 12 ב. $6\sqrt{5}$ ג. 54 ד. $6\sqrt{5}+18$	25
א. 15 ב. 34,16,30 ג. 60 ד. 240	28	א. ז.ז. ב. 5:4	27
12	30	א. 12 ב. $\sqrt{180}$ ג. 54 ד. 36	29
א. $16+8\pi$, ב. 10π , ג. $x^2+0.5\pi x^2$, ד. $2\pi x$	32	א. 5 ב. 8 ג. 5	31
52	34	60^0	33
		30	35