

עבודת קיץ במתמטיקה

למסיימי כיתה ט'

המיועדים ל-5 יח"ל

תשפ"ג

הבהרות:

1. בתחילת השנה יתקיים בוחן על המשימות בעבודה.
2. הגשת העבודה הינה חובה לכלל התלמידים.
3. אי הגשת העבודה תגרור הורדה של 10 נקודות מציון הבוחן הראשון.

בהצלחה!

חלק א' – טכניקה אלגברית

כפל וחילוק שברים אלגבריים

יש לפשט את הביטוי הבא:

$\frac{a^2+a-2}{a^2-4a-12} \cdot \frac{a^2-1}{a^2-3a-4}$	.2	$\frac{a^2+4a}{a^2-2a-3} \cdot \frac{a-3}{a+4}$	.1
$\frac{4m^2+8m}{4m^2-4m} : \frac{1}{12m^2-28m+16}$	.4	$\frac{(4a^2-9)^2}{(2a+3)^2} \cdot \frac{1}{4a^2-10a+6}$	.3
$\frac{a^2-7a+10}{2a-8} \cdot \frac{a^2-16}{a^2-5a}$	.6	$\frac{k^2+5k+4}{k^2-16} : \frac{k^2+4k+3}{k^2+k-6}$	.5
$\frac{2a^2+5a-12}{a^2+8a+16} : \frac{2a^2-7a+6}{a^2-a-2}$	.8	$\frac{2a-3}{2a^2} : (a-a^2)$	.7

משוואות

יש לפתור משוואות הבאות, לציין תחום ההצבה:

$\frac{6}{2x+5} - \frac{8x-11}{6x-15} = \frac{1}{3} - \frac{14x^2-20}{8x^2-50}$	.10	$\frac{3x-5}{x^2-3x} - \frac{2}{x^2-6x+9} = \frac{1}{x-3}$	.9
$\frac{6}{x-2} + \frac{4}{x-3} = \frac{x^2-2}{x^2-5x+6}$	.12	$\frac{3x+6}{x^2+5x-14} + \frac{4}{x^2-8x+12} = \frac{x+12}{x^2+x-42}$	.11
$\frac{9}{4x^2-1} = \frac{5}{2x+1} - \frac{2}{6x-3} + 2$	.14	$\frac{x-3}{x-7} - \frac{2x}{3-x} - \frac{7x+9}{x^2-10x+21} = 0$	.13
$\frac{8}{x^2+4x+4} - \frac{3x+34}{x^2-4} = 0$	.16	$\frac{6}{4x^2-1} + \frac{3}{4x+2} = \frac{2}{2x-1} + \frac{1}{2}$	.15
$\frac{6}{2x+5} - \frac{8x-11}{6x-15} = \frac{1}{3} - \frac{14x^2-20}{8x^2-50}$	.18	$\frac{5x+7}{x^2+6x+9} - \frac{4}{x^2-9} = \frac{10}{2x+6}$	.17
$\sqrt{x^2-1} = \sqrt{8}$	.20	$\sqrt{x-3} = 1$	.19
$2 + \sqrt{x} = 0$	.22	$\sqrt{2} - y^2 = 3$	.21
$2\sqrt{7x} + 32 = 6 - 4x$	.24	$\sqrt{2x^2-11x+15} = x-3$	.23
$\sqrt{1-x^2} - 2 = 0$	.26	$\sqrt{x} - 1 = 12 - 2x$	.25
$ x - 2 = 2x + 1$	.28	$ x + 3 = 5x - 1$	.27
$ x+1 = -\frac{1}{3}x$	.30	$ x-1 = \frac{1}{2}x$	.29

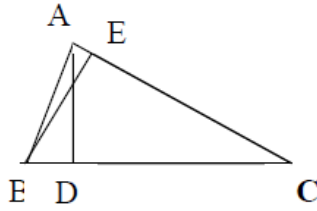
$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$	.32	$(a-1)x^2 - (2a-3)x - 2 = 0$	31
$x^4 - 7x^2 - 18 = 0$	.43	$x^4 - 8x^2 + 16 = 0$	.33
$3x^4 - 8x^2 + 5 = 0$	.63	$x^4 - 21x^2 + 80 = 0$	.35
$3x^4 + 8x^2 - 315 = 0$	38	$2x^4 - 5x^2 = 28 - x^4$	37
$x^2(x^2 - 9) + 5 = x^2 - 4$	.40	$\frac{x^2 + 2}{x^2 - 2} = 2x^2 - 5$	39
$x^6 - 9x^3 + 8 = 0$	.42	$(x + \frac{12}{x})^2 - 15(x + \frac{12}{x}) + 56 = 0$	41
$(2x^2 - 7x)^2 + 2x^2 - 7x = 20$	.44	$(x^2 - 5x)^2 - 2(x^2 - 5x) - 24 = 0$	.43

חוקי חזקה

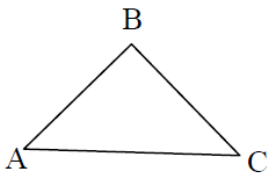
יש לפשט את הביטוי הבא לפי חוקי חזקה עד המידה האפשרית

$\frac{(a^2 a^3)^n \cdot a^{n+7} \cdot (b^4)^{n+3}}{((a^2)^{n+1} \cdot b^{n+1})^3 \cdot b^{n+8}}$	.46	$\frac{(a^{-5} b^3)^{-4} \cdot (a^4)^{-2}}{(a^{-2})^{-6} \cdot b^{-3} \cdot b^{-9}}$	45
$\frac{2^{-n+1} \cdot 4^{n-1} + 2^n}{2^{n+3} - 2^{n-1}}$	.48		.47
$\frac{2^{35} + 2^{34}}{2^{31} - 2^{30}} =$	.50	$\frac{2x^{2a-1} \cdot 3y^{3b-2}}{-6a^{a-3} y^{2b-1}} =$	.49
$\left[3^4 \cdot (3^3)^5 \right] : \left[3^{24} : (3^2)^3 \right] =$	.52	$\frac{(a^3)^8 \cdot (b^5)^4}{(a^4)^6 \cdot (b^{10})^2} =$	.51
$\frac{16^2 \cdot 36^5}{24^4 \cdot 9^2} =$	.54	$\frac{3^{20} \cdot 9^{40}}{27^{33}} =$	.53
$\frac{\frac{1}{3} a^2 b^3}{\frac{1}{4} a^{-2} b^{-5}} =$	.56	$\frac{(3^3)^{-2} \cdot (3^{-7})^4}{(3^4)^{-1} \cdot (3^{-8})^2} =$	.55

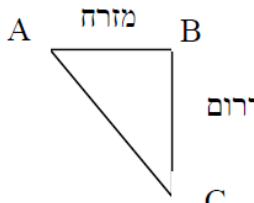
שאלות מילוליות



57. במשולש ABC הצלע AC גדולה ב-7 ס"מ מהגובה BE .
 הגובה BE גדול ב-2 ס"מ ממחצית הצלע BC .
 הגובה AD גדול ב-2 ס"מ מהגובה BE .
 חשב את אורך הגובה AD . (רמז: היעזר בשטח משולש).
58. לאימא של דני היה סכום כסף מסוים. 40% מהסכום הוציאה לתשלום חוב ו-30% משארית הכסף הוציאה לכלכלת המשפחה, ואז נותר לה סכום של 2520 ₪. מהו סכום הכסף שהיה לה בהתחלה?
59. מחירו של מוצר מסוים היה 2000 ₪. יום אחד התייקר מחירו באחוז מסוים, וכעבור חודש התייקר באותו האחוז פעם נוספת, ואז הגיע מחירו ל-2420 ₪. באיזה אחוז התייקר המוצר בכל פעם?
60. בכתה י"ב 1 לומדים 40 תלמידים ובכתה י"ב 2 לומדים 30 תלמידים.
 בסך הכול בשתי הכתות יחד לומדות 40 בנות.
 היחס בין מספר הבנים למספר הבנות בכתה י"ב 2 גדול פי-6 מהיחס הזה בכתה י"ב 1.
 כמה בנות לומדות בכל כתה?
61. מחיר מחשב כולל יעוץ לתפעולו היה 6000 ₪. מחיר המחשב התייקר ב-10% ומחיר הייעוץ הוזל ב-20%, כך שמחיר המחשב כולל הייעוץ התייקר בסל הכול ב-2.5%. מה היה מחירו של המחשב בלבד (ללא הייעוץ) בהתחלה.
62. נבדקה צריכת הדלק של שני מנועים קטנים. במשך הניסוי צרך המנוע הראשון 77 סמ"ק בנזין והמנוע השני צרך 78 סמ"ק בנזין. המנוע הראשון פעל דקה אחת יותר מהמנוע השני ולכן צריכת הדלק שלו קטנה ב-2 סמ"ק לדקה מאשר השני.
 מהי צריכת הדלק לדקה של המנוע הראשון?
63. היקפו של מלבן 70 ס"מ ואורך אלכסונו 25 ס"מ.
 מה שטחו של המלבן?
64. רכבת עוברת מידי יום מרחק של 120 ק"מ במהירות קבועה. יום אחד הקטינה את מהירותה ב-15 קמ"ש ולכן נסעה 4 שעות יותר. מה מהירותה הקבועה של הרכבת?
65. מ-A ל-C יש שתי דרכים. הדרך הראשונה היא AC שאורכה 60 ק"מ.
 הדרך השנייה מתחילה בעליה AB של 30 ק"מ וממשיכה בירידה BC של 40 ק"מ. מהירותו של רוכב אופניים בעליה קטנה ב-1/2 קמ"ש מזו שבמישור AC ומהירותו בירידה גדולה ב-2 קמ"ש מזו שבמישור AC .
 זמן הנסיעה בשתי הדרכים זהה.
 מה מהירותו של רוכב האופניים במישור AC ? כמה פתרונות לבעיה?
66. מכונית עברה את המרחק מ-A ל-B במשך 5 שעות במהירות מסוימת.
 בדרכה חזרה עברה המכונית 2/5 מהדרך במהירות הקטנה ב-16 קמ"ש ממהירותה המסוימת ואת שאר הדרך עברה במהירות הגדולה ב-10 קמ"ש ממהירותה המסוימת.
 הדרך בחזרה נמשכה 5 שעות ו-10 דקות.
 מהי מהירותה של המכונית בדרכה הלוח?



67. מכונית עוברת דרך של 720 ק"מ במהירות מסוימת. לאחר שנסעה שעתיים במהירותה הרגילה, התעכבה המכונית ל- 24 דקות ולכן המשיכה במהירות הגדולה ב-20 קמ"ש ממהירותה הרגילה. המכונית הגיעה ליעדה שעה מוקדם יותר מהמתוכנן. מה מהירותה הרגילה של המכונית?

68. המרחק מ-B ל-C גדול ב-2 ק"מ מהמרחק מ-A ל-B. המרחק בין A ל-C הוא 10 ק"מ. (ראה שרטוט).
- 
- א. מצא את המרחקים AB ו-BC.
 ב. שני הולכי רגל יצאו מ-A ל-C. האחד הלך מזרחה ודרומה והשני ישירות מ-A ל-C.
 מהירות ההליכה בקטע BC גדולה ב-1 קמ"ש ממהירות ההליכה בקטע AB, ומהירות ההליכה בקטע AC היא 2.5 קמ"ש.
 שני הולכי הרגל יצאו באותו זמן מ-A והגיעו יחד ל-C.
 מה הייתה מהירות ההליכה בקטע BC?

69. תלמיד הלך לביה"ס הנמצא במרחק 5 ק"מ מביתו במהירות מסוימת. לאחר שעה של הליכה התברר לו שאם ימשיך באותה המהירות יאחר 10 דקות. התלמיד הגביר את מהירותו ב-2 קמ"ש והגיע לבית הספר 6 דקות לפני הצלצול. מה הייתה מהירותו ההתחלתית של התלמיד?

70. מכונית עברה מרחק של 450 ק"מ במהירות ממוצעת של 50 קמ"ש. בחלק מהדרך, שהיה כביש סלול, הייתה מהירותה של המכונית 60 קמ"ש. בחלק מהדרך, שהיה דרך עפר, הייתה מהירותה 45 קמ"ש. מה היה אורך הכביש הסלול?

71. שתי מכוניות יצאו זו לקראת זו משני מקומות שהמרחק ביניהם 750 ק"מ ונפגשו כעבור 5 שעות. המכונית הראשונה עברה 15 ק"מ ב-5 דקות פחות מאשר המכונית השנייה עשתה זאת. מה היו המהירויות של שתי המכוניות?

72. המרחק בין שתי נקודות בנהר X ק"מ. המים בנהר זורמים במהירות 4 קמ"ש. אדם שט בשני הכיוונים, פעם עם הזרם ופעם נגד הזרם בסך הכול ארבע וחצי שעות. לו היה שט בשני הכיוונים אותו מרחק במים עומדים משך הזמן היה 4 שעות. סמן ב-y את המהירות במים עומדים וב-x את המרחק בין שתי הנקודות בנהר. מצא את המרחק בין שתי נקודות בנהר.

פונקציה קווית.

73. מצא את k לגבי כל פונקציה שמימין עפ"י נקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y משמשאל:

א. $y = x + 3k - 2$ $(0, 4)$

ב. $y = -3x + k^2 + 4k - 5$ $(0, -5)$

ג. $y = \frac{1}{2}x - 4k + 8$ $(0, -12)$

74. א. מצא לאיזה ערך של k הפונקציה $y = (k^2 - 1)x + 3k + 4$ חותכת את ציר ה- y בנקודה $(0, k)$:
 ב. מצא את משוואת הישר עבור ה- k שמצאת בסעיף א'.

75. מצא לאילו ערכי k הפונקציה $y = 2x + 4k + 10$ חותכת את ציר ה- y :
 א. בראשית הצירים. ב. בחלקו החיובי. ג. בחלקו השלילי.

76. מצא את משוואת הישר:

- א. העובר בנקודה $(4, -3)$ והמקביל לישר $y = -0.75x - 7$
- ב. המקביל לישר $-5y + 4x + 6 = 0$ והעובר בנקודה $(15, 0)$
- ג. העובר בראשית והמקביל לישר $3x - 2y = 5$
- ד. המקביל לישר $y = -7$ והעובר בנקודה $(2, 0)$
- ה. המקביל לישר $x = 7$ והעובר בנקודה $(5, -4)$
- ו. המאונך לציר ה- x והעובר בנקודה $(0, 2)$.
- ז. העובר בנקודת החיתוך של הישר $y = -1.2x - 4$ עם ציר ה- y ושיפוע -6 .
- ח. המקביל לישר $2y + x = 0$ והעובר בנקודת החיתוך של הישר $y = -3x - 5$ עם ציר ה- y .
- ט. העובר דרך הנקודות $(3, 11)$ ו- $(-1, -13)$
- י. העובר דרך הנקודה $(-1, 5)$ והמקביל לישר העובר דרך הנקודות $(6, 4)$ ו- $(2, -8)$

77. מה ניתן לומר על הישר העובר בנקודה $(-2, -1)$ ושיפוע $-1\frac{1}{2}$ ועל הישר

$$2y + 3x + 10 = 0 \quad ?$$

78. מה ניתן לומר על הישר $y = 2x + 5$ ועל הישר העובר בנקודה $(-3, -4)$ ומקביל לישר $y - 3x = 0$?

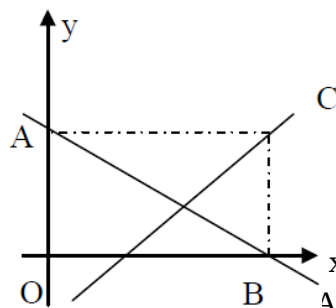
79. מה ניתן לומר על הישר העובר בנקודות $(-1, 5)$ ו- $(2, -7)$ ועל הישר העובר בנקודות $(-2, 9)$ ו- $(3, -11)$?

80. ישר ששיפועו 2 עובר בנקודה $(-2, -11)$. קבע אילו מהנקודות הבאות נמצאות על הישר:

$$(3, 1) \quad (-3, -13) \quad (1, -5) \quad (-2, 8)$$

81. השיפוע של פונקציה קווית f הוא 5. נתון: $f(-1) = -9$. מצא את הפונקציה הקווית.

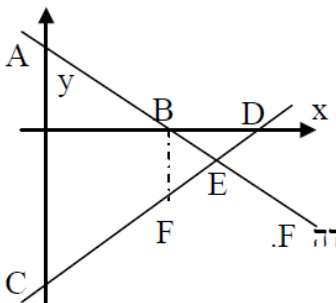
82. פונקציה קווית f מקיימת $f(3) = -7$ ושיפוע שלה הוא -4. השלם: $f(1) = \dots$, $f(-2) = \dots$, $f(\dots) = 9$, $f(\dots) = 3$, $f(\dots) = 8$.



83. בציור מתוארים הישרים: $x - y = 3$, $x + 2y = 6$. א. זהה את הישרים.

ב. נתון שהקטע BC מאונך לציר ה- x . חשב את אורכו.

ג. נתון שהקטע AC מקביל לציר ה- x . חשב את שטח ABC.



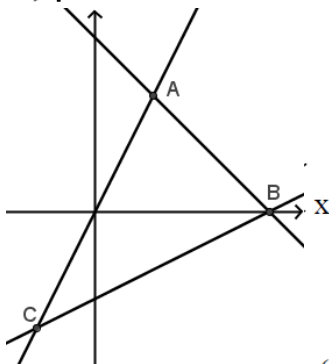
84. בציור מתוארים גרפים של הישרים:

$$y + 7 = x \quad (2), \quad x + 2y = 4 \quad (1)$$

א. מצא את שיעורי הנקודות A, B, C, D, E.

ב. נתון שהקטע BF מאונך לציר ה- y . מצא את שיעורי הנקודה F.

ג. חשב את שטח הטרפז ABFC ואת שטח המשולש BEF.



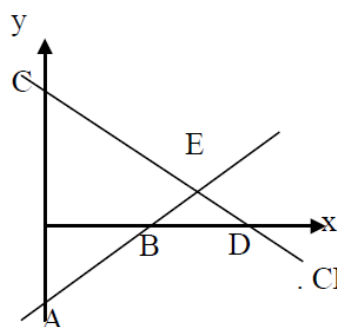
85. בציור מתוארים גרפים של הפונקציות:

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}, \quad y = 3 - x, \quad y = 2x$$

א. התאם כל פונקציה לישר המתאר אותה.

ב. חשב את שיעורי הנקודות A, B, C.

ג. חשב את שטח המשולש ABC. (הדרכה: חלק אותו לשני משולשים)



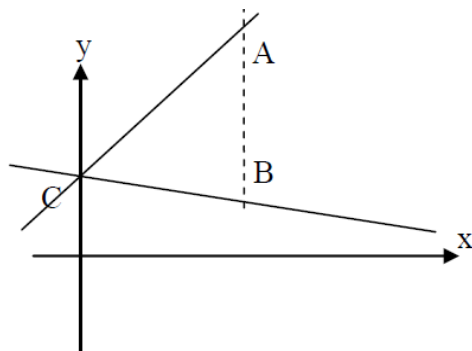
86. הישרים AB ו-CD נחתכים בנקודה E.

$$E = (5, 2), \quad C = (0, 7), \quad B = (3, 0)$$

א. מצא את משוואות הישרים AB ו-CD.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A ו-D.

ג. מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודה A ומקביל לישר CD.

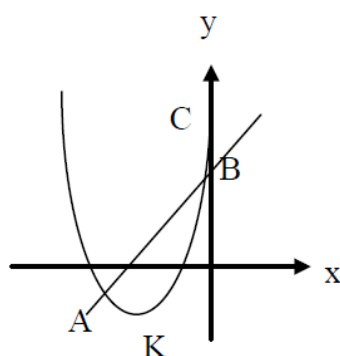


87. בצויר מתוארים הגרפים של הישרים :

$$y = x + 2, \quad y = -\frac{1}{3}x + 2$$

בנקודה C שעל ציר ה-y.
הקטע AB מאונך לציר ה-x ואורכו 4.
חשב את שטח המשולש ABC.

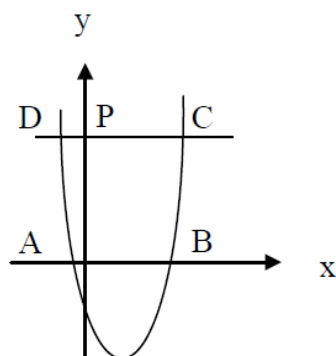
פונקציה ריבועית



88. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$y = x^2 + 8x + 12 \quad \text{ו-} \quad y = 2x + 7$$

- מצא את שיעורי נקודות החיתוך של שתי הפונקציות.
- מצא את משוואת הישר CK.
- קודקוד הפרבולה, C חיתוך הפרבולה עם ציר Y (K) מהי נקודת החיתוך של הישר CK עם הישר הנתון?
- מצא משוואת הישר המקביל לישר AB ועובר דרך הנקודה K.

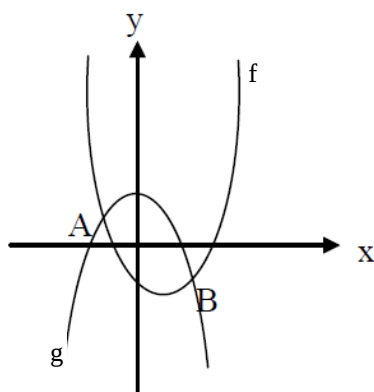


89. בשרטוט גרף הפונקציה: $y = x^2 - 4x - 5$

- דרך הנקודה $P(0,7)$ העבירו מקביל לציר x החותך את הפרבולה בנקודות C ו-D.
- מצא את שיעורי הנקודות A, B, C, D. הסבר את פתרונך.
 - מה שטחו של המשולש BDC?
 - מה שטחו של הטרפז ABCD? הסבר את פתרונך.

90. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$y = x^2 - 2x - 2 \quad \text{ו-} \quad y = -x^2 + 2$$



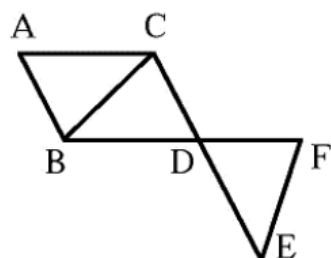
- מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
- מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודות A ו-B.
- מהם תחומי העלייה ומהם תחומי הירידה של $f(x)$?
- מהם תחומי העלייה ומהם תחומי הירידה של $g(x)$?
- מהם התחומים בהם $f(x)$ מקבלת ערכים חיוביים ומהם התחומים בהם היא מקבלת ערכים שליליים?
- מהם התחומים בהם $g(x)$ מקבלת ערכים חיוביים ומהם התחומים בהם היא מקבלת ערכים שליליים?

תחומי חיוביות ושליליות	תחומי עליה וירידה	סקיצה	נקודת חיתוך עם ציר ה-Y	שיעורי קודקוד הפרבולה, ציר הסימטריה	נקודות חיתוך עם ציר ה-X	איפיון הפרבולה	הפונקציה (מכפלת הישרים)
חיובית: $x > -3$, $x < -6$ שלילית: $-6 < x < -3$	עליה: $x > -4.5$ ירידה: $x < -4.5$		(0;18)	$x = -4.5$ $y = -2.25$	(-6;0) (-3;0)	פרבולה בעלת נקודת מינימום	$f(x) = (x+3)(x+6)$
							$f(x) = (8-x)(4-2x)$
							$f(x) = (2x-4)(x+3)$
							$f(x) = (x-2)^2$
							$f(x) = (3-x)(-x+2)$
							$f(x) = 4x(\frac{x}{2} + 6)$
							$f(x) = (2x+1)(-3x+6)$
							$f(x) = -2x(4-x)$
							$f(x) = -(5-x)^2$

גיאומטריה.

שימו לב! בתרגילים בגיאומטריה סימון $|AC|$ כוונתו לאורך הקטע AC.

משולשים.



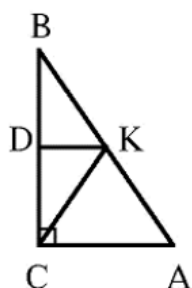
92. נתון: $|AC| = |DE|$, $|AB| = |DF|$

$$\angle ABC = \angle DCB, \angle BCA = \angle CBD$$

הוכח כי:

א) $\triangle ABC \cong \triangle BDC$ ב) $\triangle BDC \cong \triangle DEF$

ג) $|BC| = |EF|$



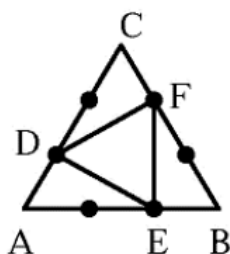
93. במשולש ישר זווית ABC, מחברים את אמצעי הצלעות

BC ו-AB. הזווית B היא בת 40° .

א) הוכח כי $\triangle DKB \cong \triangle CKD$. ב) מצא את $\angle BCK$.

ג) מצא את $\angle ACK$.

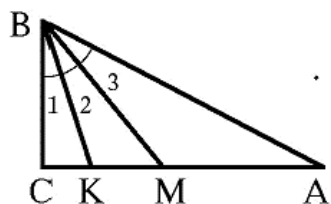
94. מחלקים את כל צלעות המשולש שווה הצלעות לשלושה חלקים שווים ומחברים



כל נקודות חלוקה שנייה (ראה שרטוט). הוכח כי:

א) $\triangle AED \cong \triangle BFE$ ב) $|DE| = |EF|$

ג) $\triangle DEF$ - משולש שווה צלעות.



95. נתון: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B_1 = \angle B_2 = \angle B_3$, $\angle KMB = 40^\circ$.

מצא: א) $\angle MBC$ ב) $\angle KBC$ ג) $\angle CAB$.

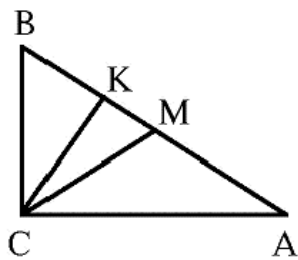
96. במשולש ABC ממשיכים התיכון AK ($K \in BC$) כך ש- $|KD| = |AK|$.

הוכח כי:

א) $\triangle ACK \cong \triangle KDB$ ב) $|AC| = |BD|$

ג) בדוק אם $\triangle ABC \cong \triangle ABD$.

מהו סוג המשולש ABC בו מתקיים התנאי הנ"ל? נמק!



97. נתון: $\triangle ABC$, $\angle BCA = 90^\circ$, CK - גובה ליתר AB ,

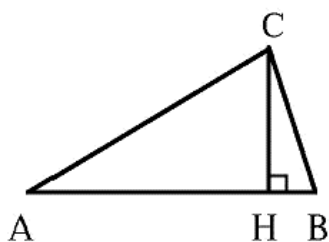
CM - תיכון, $\angle KCM = 30^\circ$.

(א) סמן את אורך התיכון ב- a , והבע באמצעות a

את אורך הקטע KM .

(ב) מצא את אורך הקטע BK .

(ג) חשב את גודלי הזוויות החדות במשולש ABC .

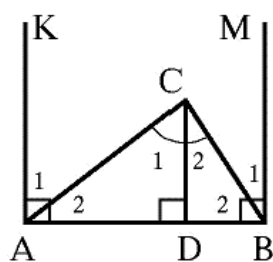


98. נתון: $\triangle ABC$, $CH \perp AB$,

$\angle ACB = 75^\circ$, $|AC| = 2|CH|$.

(א) חשב את גודל הזווית A .

(ב) הוכח כי $\triangle ABC$ הוא שווה שוקיים.



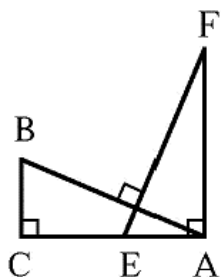
99. נתון: $KA \perp AB$, $CD \perp AB$, $MB \perp AB$, $\triangle ABC$.

(א) הוכח כי $\angle B_1 = \angle C_2$, $\angle A_1 = \angle C_1$.

(ב) הבע את הזוויות A_2 ו- B_2 באמצעות $\angle A_1$ ו- $\angle B_1$.

(ג) הוכח כי סכום גודלי הזוויות הפנימיות של

משולש ABC הוא 180° .

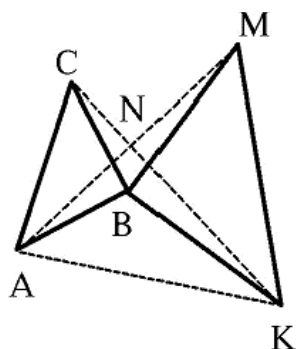


100. במשולשים ישרי זווית ABC ו-AFE, נתון:

$|AB| = |EF|$, $AB \perp EF$, $|EA| = 7\text{cm}$, $|CE| = 8\text{cm}$.

(א) הוכח כי $\triangle ABC \cong \triangle AFE$.

(ב) חשב את אורכי הקטעים AF ו-BC.



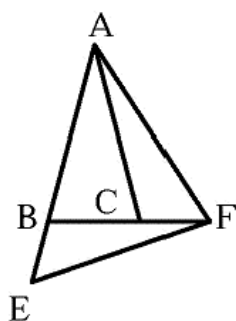
101. נתון: $\triangle ABC$ ו- $\triangle KMB$ הם ישרי זווית ושווי שוקיים,

$\angle ABC = \angle MBK = 90^\circ$.

הוכח:

(א) $\triangle ABM \cong \triangle BKC$.

(ב) KN - גובה המשולש AKM.



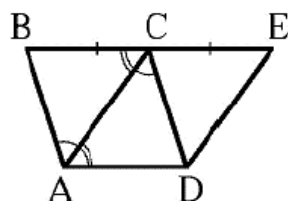
102. נתון: $|AB| > |BC|$, $|AB| = |AC|$.

$|BE| = |CF| = |AB| - |BC|$.

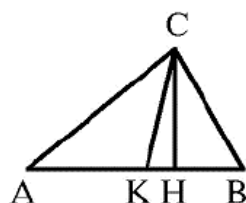
הוכח:

(א) $|AB| = |BF|$. (ב) $\triangle ACF \cong \triangle BEF$.

(ג) $\angle CAB + \angle EFA = 2\angle AEF$.



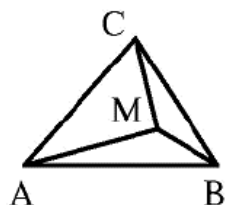
103. לפי נתוני השרטוט, הוכח כי $|AC| = |DE|$.



104. נתון: $\triangle ABC$, $\angle BCA = 90^\circ$, $CH \perp AB$, CK - חוצה זווית,

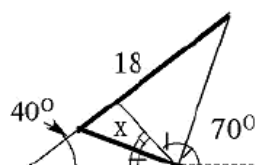
$$\angle A = \alpha, \angle B = \beta, \angle KCH = \gamma$$

$$\text{הוכח כי } \gamma = \frac{\beta - \alpha}{2}$$



105. נתון: $|AB| = |BC| = |CA|$, $\angle BCM = 20^\circ$, $\angle MAB = 30^\circ$.

חשב את $\angle ABM$.

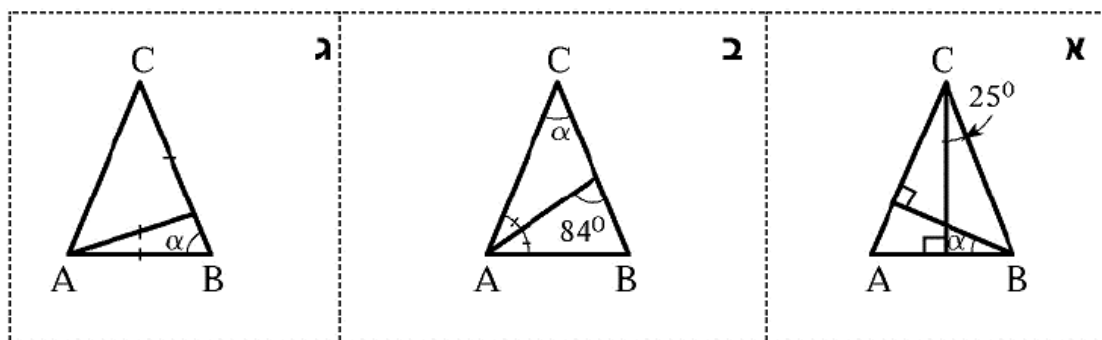


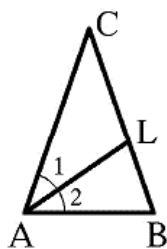
106. לפי נתוני השרטוט, חשב את x .

107. הפרש גודלי שתי זוויות במשולש שווה שוקיים הוא 90° .

חשב את גודל זווית הראש.

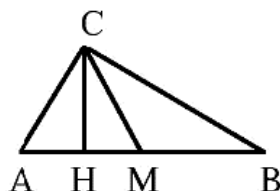
108. חשב את גודל הזווית α על פי נתוני השרטוט ($|AC| = |BC|$).





109. נתון: $\triangle ABC$, $|AC| = |BC|$, $\angle C = 36^\circ$, $\angle A_1 = \angle A_2$.

הוכח כי $|AB| = |CL| = |AL|$.



110. נתון $\triangle ABC$ בו $|AM| = |MB|$, $BC \perp AC$ ו- $CH \perp AB$.

א) חשב את $|CH|$, אם: $|MB| = 7.5\text{cm}$, $\angle ABC = 15^\circ$.

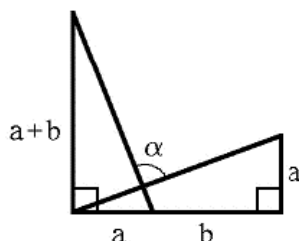
ב) חשב את $\angle A$, אם: $\angle BCM = \angle MCH = \angle HCA$.

111. במשולש ישר זווית, הזווית בין הגובה ליתר לבין התיכון ליתר היא 20° .

חשב את גודלי הזווית המשולש.

112. הוכח כי גודל הזווית בין הגובה ליתר לבין התיכון ליתר במשולש ישר זווית שווה

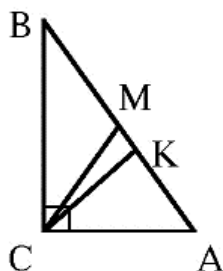
להפרש גודלי הזווית החדות של משולש.



113. על סמך נתוני השרטוט, חשב את גודל הזווית α .

114. במשולש ישר זווית, הגובה ליתר קצר פי 4 מהיתר.

חשב את גודלי הזווית המשולש. הדרכה: העבר תיכון ליתר.

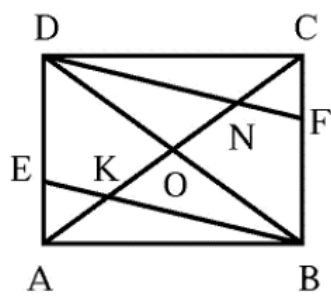


115. נתון: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, CM - תיכון,

CK - חוצה הזווית BCA, $\angle MCK = 17^\circ$.

חשב את $\angle A$ ו- $\angle B$.

מרובעים



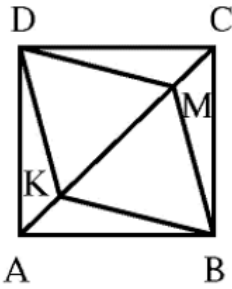
116. נתון: ABCD - מלבן, $|AK| = |KO|$, $|ON| = |NC|$.

הוכח: (א) $\triangle DON \cong \triangle BOK$.

(ב) $\angle CNF = \angle EKA$.

(ג) $|CF| = |AE|$.

(ד) DEBF - מקבילית.

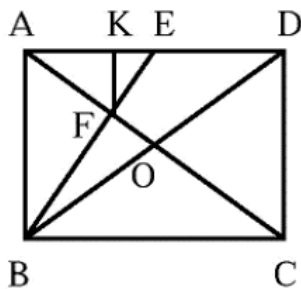


117. נתון: ABCD - ריבוע, $|AK| = |MC| = 3\text{cm}$.

$\angle KBM = 60^\circ$, $|AC| = 14\text{cm}$.

(א) הוכח כי המרובע BMDK הוא מעוין.

(ב) חשב את P_{BMDK} .



118. נתון: ABCD - מלבן, $\angle DBC = 60^\circ$, $|DE| = |EA|$.

$|BC| = 18\text{cm}$, $FK \perp AD$.

(א) חשב את $|AO|$. (ב) חשב את $|AF|$.

(ג) הראה כי $|AK| = |OF|$.

119. במקבילית ABCD בה $|BC| = 5\text{cm}$ ו- $\angle BAD = 60^\circ$.

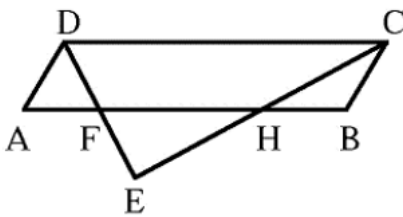
מעבירים שני חוצי זוויות הנחתכים בנקודה E.

(א) $|DF| = |FE|$.

(ב) הוכח כי $\angle DEC = 90^\circ$.

(ג) הוכח כי FH הוא קטע אמצעים במשולש CDE.

(ד) חשב את P_{ABCD} .

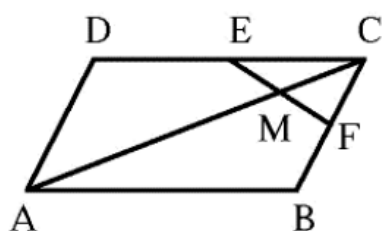


120. (א) הוכח כי מרובע, שקודקודיו הם אמצעי צלעות המעוין, הוא מלבן.

(ב) חשב את אורכי האלכסונים במלבן הנ"ל, אם צלע המעוין הוא 10 ס"מ.

(ג) אחת מזוויות המעוין היא 120° ואורכו של האלכסון הגדול הוא $10\sqrt{3}$ ס"מ.

חשב את היקף המלבן.



121. נתון: ABCD - מקבילית,

$$|DE| = |EC|, |CF| = |FB|$$

$$|EM| = |MF| \quad (\text{א} \text{ הוכח:})$$

$$|AM| = 3|MC| \quad (\text{ב})$$

122. נתון: ABCD - מלבן, $|BE| = |EC|$,

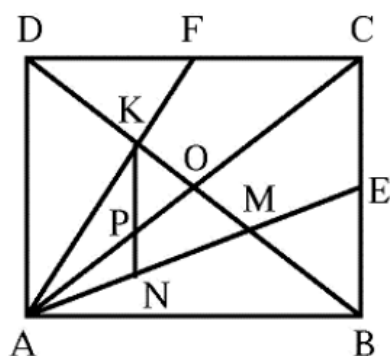
$$|AN| = |NM|, |CF| = |FD|$$

$$|KO| = \frac{1}{3}|DO| \quad (\text{א} \text{ הוכח:})$$

$$|PO| = \frac{1}{3}|AO| \quad (\text{ב})$$

$$|KO| = |PO| \quad (\text{ג})$$

$$KP \parallel AD \quad (\text{ד})$$



$$|KP| = |KO| \text{ אם } \angle CDB = 30^\circ \quad (\text{ה})$$

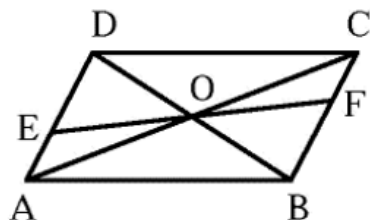
123. דרך נקודת חיתוך האלכסונים במקבילית

מעבירים קטע EF.

$$|EO| = |OF| \quad (\text{א} \text{ הוכח:})$$

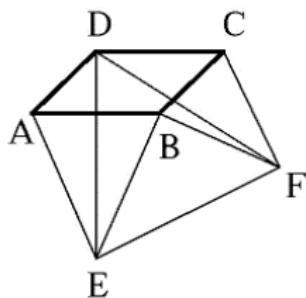
(ב) חשב את P_{ABCD} , אם ידוע כי

$$|FB| = 11\text{cm}, |EA| = 7\text{cm}, |AB| = |BC|$$



124. הוכח כי ישר שעובר דרך אמצע הגובה של המקבילית ודרך נקודת חיתוך

האלכסונים, מקביל לצלע המקבילית.



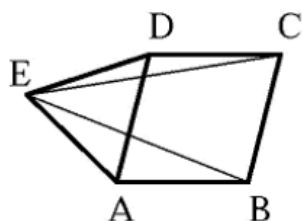
125. במקבילית ABCD, מצמידים לשתי צלעות סמוכות שני משולשים שויי צלעות: $\triangle AEB$ ו- $\triangle BFC$. הוכח כי $\triangle DEF$ הוא שווה צלעות.

126. הוכח כי ארבעת חוצי הזוויות במרובע יוצרים מרובע בו סכום גודלי הזוויות הנגדיות הוא 180° .

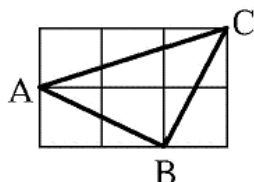
127. (א) הוכח כי קטע, המחבר את אמצעי הצלעות הנגדיות במקבילית, מחלק אותה לשתי מקביליות.

(ב) הוכח כי הקטע הנ"ל חוצה את אלכסון המקבילית.

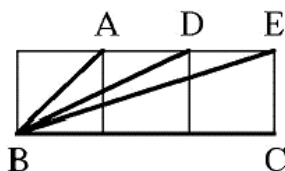
128. נתון: ABCD – מלבן, $M \in CD$, $|CD| < |BC|$. הוכח כי $\angle AMB \leq 90^\circ$.



129. נתון: ABCD – מעוין, $\triangle ADE$ – שווה צלעות. מצא את $\angle CEB$.

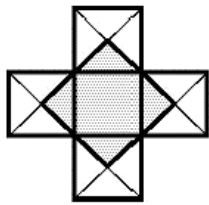


130. מצמידים זה לזה שישה ריבועים חופפים (ראה שרטוט). מצא את גודל הזווית ABC.



131. מצמידים שלושה ריבועים חופפים (ראה שרטוט). הראה כי $\angle ABC + \angle DBC + \angle EBC = 90^\circ$.

132. הוכח כי סכום גודלי הזוויות ליד הבסיס הקטן בטרפז גדול מסכום גודלי הזוויות ליד הבסיס הגדול.



133. על צלעות הריבוע בנויים ארבעה ריבועים.

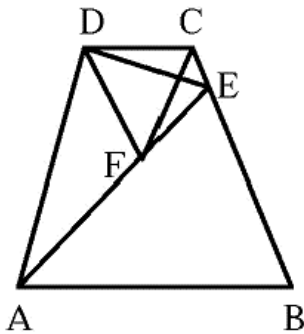
הראה כי מרובע, שקודקודיו הם נקודות החיתוך של אלכסוני הריבועים הנ"ל, הוא ריבוע.

134. במרובע ABCD מתקיים: $|AB| = |BC|$, $|AC| = |BD|$ ו- $|AB| \neq |CD|$.

הוכח כי המרובע הוא טרפז שווה שוקיים.

135. הוכח שקטע המחבר את אמצעי האלכסונים בטרפז מקביל לבסיסיו ואורכו

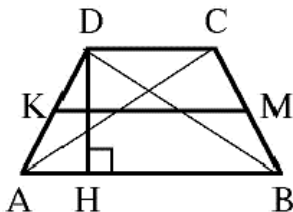
שווה למחצית ההפרש של אורכי הבסיסים.



136. נתון: ABCD - טרפז,

$$|AE| = |AB|, DF \parallel CB$$

$$|DE| = |FC| \text{ הוכח כי}$$

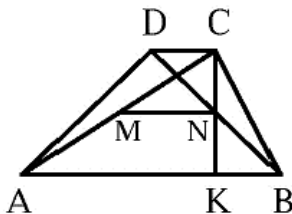


137. נתון: ABCD - טרפז, KM - קטע אמצעים,

$$|AC| = |BD|, AC \perp BD, |DH| = h$$

$$P_{CDKM} = b, P_{ABCD} = a$$

$$\text{מצא את } |AB| \text{ ו- } |CD|.$$



138. נתון: ABCD - טרפז,

$$|BN| = |ND|, |AM| = |MC|$$

$$\text{הוכח כי } |MN| = |AB| - |CD| \text{ ו- } |BK| = |CD|.$$

139. בנה טרפז $ABCD$ ($AB \parallel CD$) לפי הנתונים:

(א) $|KM|=5\text{cm}$ (KM - קטע אמצעים), $|DH|=4\text{cm}$ (DH - גובה הטרפז),

$$|AD| = |BC|, \angle DAB = 40^\circ$$

(ב) m - אורך קטע האמצעים, h - אורך גובה הטרפז,

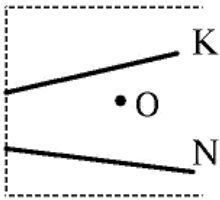
c ו- d - אורכי שוקי הטרפז.

140. נתון שרטוט חלקי של המשולש ABC ללא ציון הקודקוד C .

(א) בנה שלושת תיכוני המשולש.

(ב) כיצד ניתן למדוד, בעזרת סרגל,

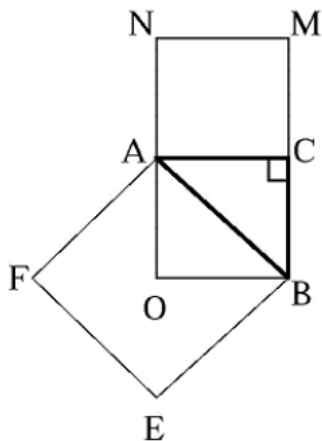
את אורכי הצלעות AC ו- BC ?



141. נתון שרטוט חלקי של הזווית KMN ללא ציון הקודקוד M .

בתוך הזווית נבחרה נקודה O . בנה את הישר OM .

(אין לצאת ממסגרת השרטוט).

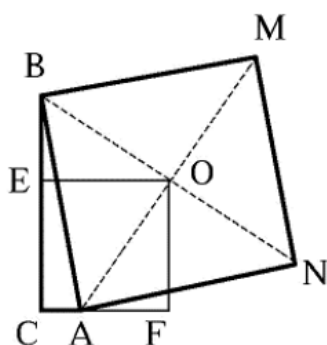


142. נתון: $\triangle ABC$ ($\angle C = 90^\circ$), $|AC| = |BC|$.

$AOBC$, $AFEB$ ו- $ACMN$ - ריבועים.

הוכח: (א) $S_{\triangle AOB} = \frac{1}{4} S_{AFEB}$ (ב) $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AOB}$

(ג) $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} S_{ACMN}$ (ד) $S_{AFEB} = 2 S_{ACMN}$



143. נתון: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $ANMB$ - ריבוע,

$$|BC| + |AC| = l, OE \perp BC, OF \perp AC$$

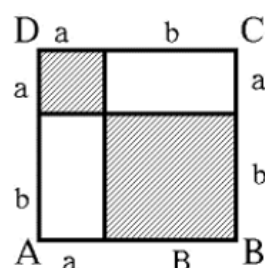
(א) הוכח: $\triangle BEO \cong \triangle AFO$.

(ב) הוכח: $CFOE$ - ריבוע.

(ג) הוכח: $|AF| = \frac{|BC| - |AC|}{2}$. (ד) מצא: S_{CFOE} .

(ה) ידוע כי $|BC|^2 + |AC|^2 = |AB|^2$. הראה כי $S_{ANMB} + S_{\triangle ABC} = l^2$.

הדרכה: העזר בשיויון $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$.



144. נתון: $ABCD$, $A_1B_1C_1D_1$ - ריבועים חופפים.

(א) מצא סכום שטחי הצורות שאינן מקווקוות (בכל אחד מהריבועים הנתונים).

(ב) הראה כי סכום שטחי הצורות המקווקוות

בריבוע $ABCD$ שווה לשטח התחום המקווקו

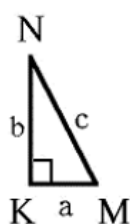
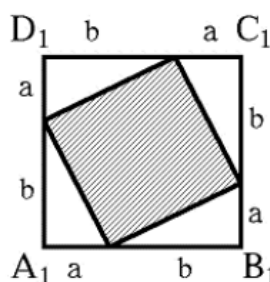
בריבוע $A_1B_1C_1D_1$.

(ג) הראה כי כל אחד ממשולשים

בריבוע $A_1B_1C_1D_1$ חופף למשולש KMN .

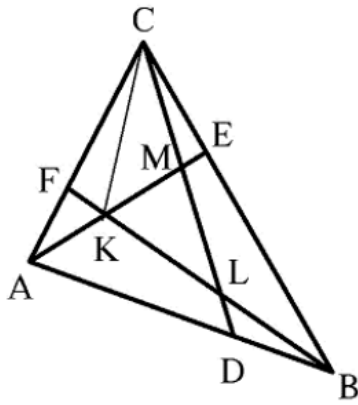
(ד) הוכח: $a^2 + b^2 = c^2$.

העובדה שהוכחה ידועה כמשפט פיתגורס.



145. נתון: $|AC| = 3|AF|$, $S_{\triangle ABC} = S$,

$$|AB| = 3|BD|, |BC| = 3|CE|$$



(א) נסמן: $S_{\triangle AKF} = u$. הבע את $S_{\triangle CFK}$ באמצעות u .

(ב) נסמן: $S_{\triangle CKE} = v$. הבע את $S_{\triangle BEK}$ באמצעות v .

(ג) הבע את $S_{\triangle ACE}$ ואת $S_{\triangle ABE}$ באמצעות S .

(ד) הבע u באמצעות S .

(ה) מצא את $S_{\triangle ABK}$.

(ו) הוכח כי $S_{\triangle ABK} = S_{\triangle BCL} = S_{\triangle CAM}$.

(ז) מצא את $S_{\triangle KLM}$.